

Protokoll zum Versuch M1

Bestimmung der Fallbeschleunigung g am Fadenpendel

Norman Wirsik
Matrikelnr: 1829994

8. November 2004

Gruppe 5
Dienstag 13-16 Uhr
Praktikumspartner: Jan Hendrik Kobarg

1. Ziel des Versuchs

Im folgenden Versuch wollen wir zeigen, dass man mit einem einfachen Fadenpendel und Zeitmessung von Hand die Erdbeschleunigung g recht genau bestimmen kann. Außerdem untersuchen wir die Messgenauigkeit zwei verschiedener Messmethoden.

1.1 Theoretischer Hintergrund

Wir untersuchen ein Fadenpendel. Das sich für kleine Auslenkungswinkel φ gut als mathematisches Pendel beschreiben lässt.

Es gilt folgende Formel für die **Periodendauer** T :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

mit L Pendellänge und g Erdbeschleunigung.

Da L nur schlecht exakt bestimmt werden kann, verwenden wir die unbekannt Länge L_0 , die mit Hilfe eines Schieberegler ziemlich exakt in je 2cm Schritten verändert werden kann. Daraus ergibt sich für **Periodendauer** T_i :

$$T_i = 2\pi\sqrt{\frac{L_0+L_i}{g}}, \text{ mit } L_0 \text{ feste Fadenlänge}$$

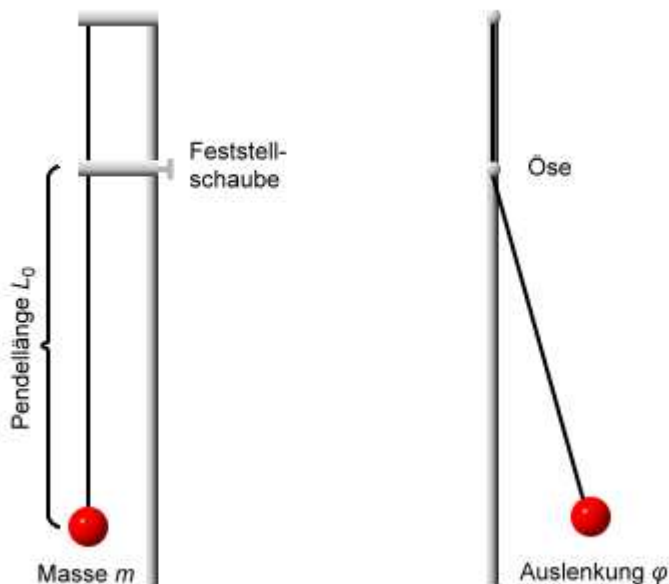
Quadrieren liefert:

$$T_i^2 = \frac{4\pi^2}{g}L_i + \frac{4\pi^2}{g}L_0$$

Dies ist hilfreich für die Bestimmung von g und L_0 in Aufgabe 4. Wenn man $T_i^2 = f(L_i)$ graphisch darstellt, kann aus der Steigung $a = \frac{(T_i^2 - T_j^2)}{(L_i - L_j)} = \frac{4\pi^2}{g}$ die Fallbeschleunigung g und aus dem Schnittpunkt mit der T_i^2 -Achse $b = \frac{4\pi^2}{g}L_0$ die Anfangslänge L_0 bestimmen.

1.2 Versuchsaufbau

Die Kugel hängt an einem dünnen Stahldraht, der unbestimmten Länge L_0 . Der Stahldraht wird durch eine Öse geführt. Mit Hilfe einer Feststellschraube kann man am Stativ in vorgegebenen Abständen von 2cm die Länge L_i des Stahldrahtes durch Verschieben der Öse recht genau verändern.



2 Versuchsdurchführung

Das Pendel wurde von Hand ausgelenkt und die Schwingungsdauer von Hand mit einer digitalen Stoppuhr gemessen.

Dabei wurden je nach Aufgabe entweder 10 Perioden (Aufg. 1 und 3) oder nur eine Periode (Aufg. 2) bestimmt. Es wurde entweder im Nulldurchgang (Aufg. 1a und 3) oder im Umkehrpunkt (Aufg. 1b und 3) gemessen.

3 Versuchsauswertung

Es waren 4 Aufgaben zu bearbeiten:

3.1 Zeitmessung im Nulldurchgang

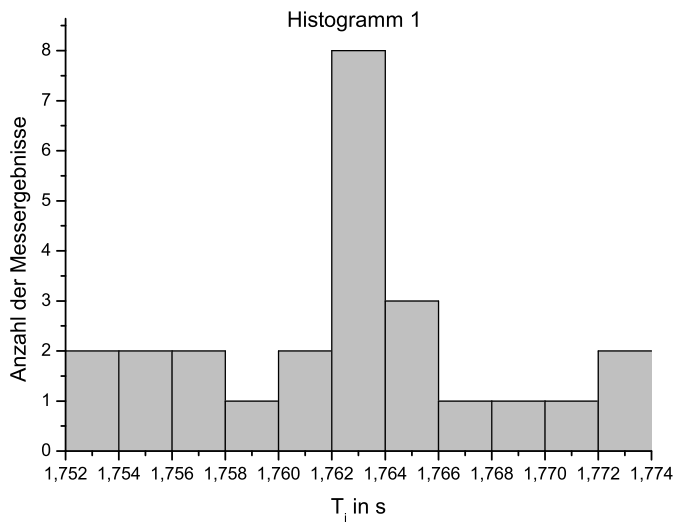
Wir haben mit der Digitalstoppuhr die Schwingungsdauer für $n = 10$ Schwingungen im Nulldurchlauf gemessen. Insgesamt wurden $N = 25$ Messungen vorgenommen, die dabei ermittelten Werte entnehmen man dem *Messprotokoll 1* im Anhang.

Der Mittelwert der Schwingungsdauer beträgt $\bar{T} = 1,7630s$. Der Vertrauensbereich ist $\bar{s} = \pm 1,1 \cdot 10^{-3}s$. Also ist das Messergebnis für die Schwingungsdauer:

$$T_c = \bar{T} \pm \bar{s} = 1,7630 \pm 1,1 \cdot 10^{-3}s$$

Das entspricht einem relativen Fehler von $RelErr = \frac{\bar{s}}{\bar{T}} \approx 0,06\%$. Die Standardabweichung beträgt $s = \pm 5,660 \cdot 10^{-3}$. Das ist ein relativer Fehler der Standardabweichung von $\approx 0,32\%$.

Im *Histogramm 1* kann man sehen, dass die wir ziemlich genau gemessen haben, denn die meisten Werte liegen sehr dicht bei \bar{T} . Der Rest ist recht gleichmäßig verteilt.



3.2 Zeitmessung im Umkehrpunkt

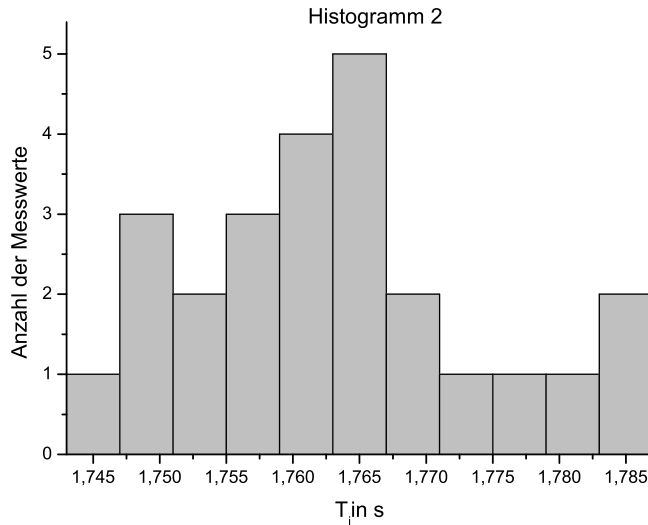
Bei der zweiten Messung wurde die Schwingungsdauer für $n = 10$ Schwingungen im Nulldurchlauf mit der Digitalstoppuhr gemessen. Insgesamt wurden $N = 25$ Messungen vorgenommen, die dabei ermittelten Werte entnehme man dem *Messprotokoll 2* im Anhang. Die Pendel Länge L_0 blieb unverändert.

Der Mittelwert der Schwingungsdauer beträgt $\bar{T} = 1,7650s$. Der Vertrauensbereich ist $\bar{s} = \pm 2,49 \cdot 10^{-3}s$. Also ist das Messergebnis für die Schwingungsdauer:

$$T_c = \bar{T} \pm \bar{s} = 1,7650 \pm 2,49 \cdot 10^{-3}s$$

Das entspricht einem relativen Fehler von $RelErr = \frac{\bar{s}}{\bar{T}} \approx 0,14\%$. Die Standardabweichung beträgt $s = \pm 12,4916 \cdot 10^{-3}$. Das ist ein relativer Fehler der Standardabweichung von $\approx 0,71\%$.

Im *Histogramm 2* kann man sehen, dass die Messung eigentlich nicht so scharf ausfällt wie die erste Messung. Viele Messungen liegen links neben \bar{T} und insgesamt sind die Messwerte stärker gestreut.



3.3 Messung der einfachen Periode

In der dritten Messreihe wurde nur die Schwingungsdauer einer einzelnen Periode gemessen, die dabei ermittelten Werte entnehme man dem *Messprotokoll 3* im Anhang. Die Pendel Länge L_0 blieb unverändert.

Der Mittelwert der Schwingungsdauer beträgt $\bar{T} = 1,77s$. Der Vertrauensbereich ist $\bar{s} = \pm 9,02 \cdot 10^{-3}s$. Also ist das Messergebnis für die Schwingungsdauer:

$$T_c = \bar{T} \pm \bar{s} = 1,77 \pm 9,02 \cdot 10^{-3}s$$

Das entspricht einem relativen Fehler von $RelErr = \frac{\bar{s}}{\bar{T}} \approx 0,51\%$. Die Standardabweichung beträgt $s = \pm 45,099 \cdot 10^{-3}$. Das ist ein relativer Fehler der Standardabweichung von $\approx 2,55\%$.

3.4 Bestimmung der Fallbeschleunigung g

In der vierten Messreihe wurde die Pendellänge zehn Mal um jeweils $0,02m$ verlängert. Bei jeder neuen Pendellänge L_i wurde die Schwingungsdauer für $n = 10$ Schwingungen bestimmt. Auch hier findet man die Messergebnisse in *Messprotokoll 4* im Anhang. Danach wurde mit Hilfe von Origin eine grafische Darstellung angefertigt. (Siehe unten *Graph Aufgabe 4* bzw. im Anhang seitenfüllend.)

Mittels Geradenausgleich wurde eine Ausgleichgerade gefunden. Nach den Regeln der Fehlerfortpflanzung wurde der Fehler für T_i^2 mit $Err_{T_i^2} = 2T_i \cdot s_{3.1}$ abgeschätzt. $s_{3.1}$ ist die Standardabweichung aus 3.1.

Man erhält: $Err_{T_i^2} \approx \pm 0,0199s^2$.

Das sind die Fehlerbalken in T_i^2 -Richtung.

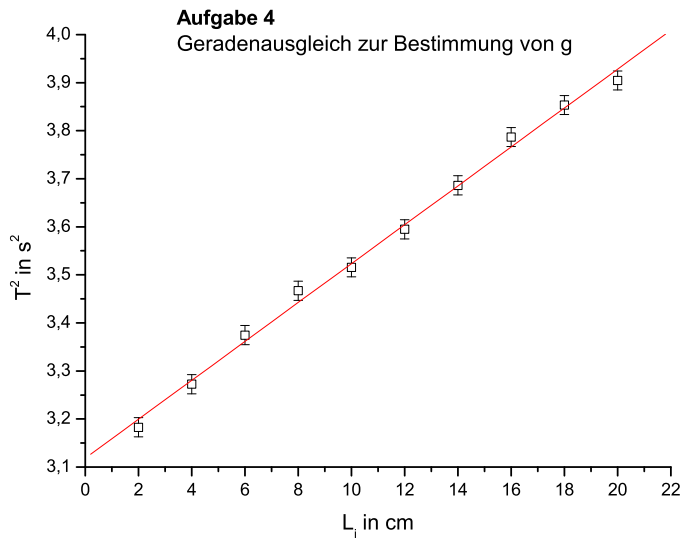
Der Fehler für L_i wurde mit $\pm 1mm$ abgeschätzt, die Fehlerbalken sind im Graphen nicht zu erkennen.

Origin liefert für die *Steigung* $a = 0,04049 \frac{s^2}{m}$ mit einem Fehler von $a_{Err} \approx \pm 0,0011 \frac{s^2}{m}$

Sowie einen Schnittpunkt mit der T_i^2 -Achse $b = 3,11842s^2$ mit einem Fehler von $b_{Err} \approx \pm 0,01359s^2$.

Daraus errechnet man die Fallbeschleunigung g und die Pendellänge L_0 .

Wir erhalten: $g = 9,7496 \frac{m}{s^2} \pm 0,2722 \frac{m}{s^2}$
 $L_0 = 0,7701m \pm 0,0034m$



4. Fehlerkritik

4.1 Zeitmessung im Nulldurchgang

Hier haben wir recht gute Werte bestimmt mit einem sehr kleinen Fehler von 0,06%. Das sind sehr gute Ergebnisse. Da wir durch viele Schwingungen pro Messung und 25 Wiederholungen der Messung den Fehler minimieren konnten.

4.2 Zeitmessung im Umkehrpunkt

Wie erwartet ist hier der Fehler höher als bei 3.1. Dies wird darin begründet sein, dass die Geschwindigkeit im Nulldurchgang maximal und im Umkehrpunkt minimal ($v = 0$) ist. Daher ist es für den Messenden schwer die Stoppuhr genau im Umkehrpunkt zu betätigen, weil die Geschwindigkeit immer kleiner wird und man daher nicht abschätzen kann, wann der Umkehrpunkt erreicht ist.

Der Nulldurchgang ist einfacher zu bestimmen, weil hier der Stahldraht senkrecht hängt. Auffällig ist im Histogramm, dass viele Messwerte links vom Mittelwert liegen. Hieran merkt man, wie schwer es ist, den richtigen Zeitpunkt für die Messung zu treffen und dass die Tendenz zum "frühzeitigen" Betätigen der Stoppuhr geht.

4.3 Messung der einfachen Periode

Die Fehler sind im Vergleich zu 3.1 ungefähr um den Faktor 9 größer. Das entspricht unseren Erwartungen, da wir in 3.1 die zehnfache Schwingungsdauer gemessen und dann, um \bar{T} zu bestimmen durch 10 dividiert haben. Also ein Faktor von 10 wäre zu erwarten gewesen, auch hier haben wir etwas besser gemessen als erwartet.

4.4 Bestimmung der Fallbeschleunigung g

Der von uns ermittelte Wert von $g = 9,7496 \frac{m}{s^2} \pm 0,2722 \frac{m}{s^2}$ liegt nahe an dem in der Literatur angegebenen Wert von $g = 9,8067 \frac{m}{s^2}$. Dieser Wert liegt auch in unserem Fehlerbereich. Allerdings im oberen Teil.

Diese Ungenauigkeit ist auf mehrere Faktoren zurückzuführen. Zum einen haben wir die Periodendauer mit der Hand gestoppt. Auch die Messung von 10 Perioden kann diese Ungenauigkeit nicht eliminieren.

Auch die, wenn auch kleine, Reibung des Fadens an der Aufhängung wirkt sich aus. Deshalb war auch zu erwarten, dass unser ermittelte Wert unter dem in der Literatur angegebenen liegt.

Ein weiterer Fehler liegt in der benutzten Formel, da diese nur für kleine Auslenkungen gilt. Dieser Fehler hat die Größenordnung von $\approx 0,001s$ und kann vernachlässigt werden. Auch den Fehler der Stoppuhr kann vernachlässigt werden, da die Reaktionszeit des Messenden deutlich größer ist als der Fehler der digitalen Stoppuhr.

5 Fazit

Insgesamt scheinen die Messergebnisse ziemlich genau zu sein, wenn man die Versuchsbedingungen berücksichtigt.

Um exaktere Werte zu erhalten müsste man den Faktor Mensch ausschließen, durch z.B. automatische Zeitmessung, die Reibung nahezu völlig eliminieren und den Versuch im Vakuum stattfinden lassen. Wenngleich der Luftwiderstand wohl keinen Einfluss auf unsere Versuchsergebnisse gehabt hat.

Anlagen: Original Messprotokolle handschriftlich, sowie in Form von Exceltabellen (*Messprotokoll 1- 4*) in denen auch bestimmte Größen bestimmt wurden. Sowie *Graph Aufgabe 4* als ganzseitiger Ausdruck.

Die Skizze zum Versuchsaufbau habe ich von Jan Hendrik Kobarg. (Diesmal sogar eingebunden.)